Wiederholungsfragen und Übungsaufgaben zu Einführung in die Betriebswirtschaftslehre (10. Aufl.)

Skizze der Lösungen

Sofern es sich bei den folgenden Aufgaben lediglich um verbal zu beantwortende Wiederholungsfragen handelt, verweisen wir auf die Buchseiten der zehnten Auflage. Im Übrigen Haben die Antworten auf die Fragen einen skizzenhaften Charakter. In Bezug auf Rechenaufgaben finden Sie Ansatz und Ergebnis, aber nicht alle Herleitungsschritte.

Kapitel 1: Gegenstand und Methoden der Betriebswirtschaftslehre

Aufgabe 1.1

a) S. 11.

b) S. 16-18.

Aufgabe 1.2

a) S. 2.

b) S. 2-4.

Aufgabe 1.3

S. 5.

Aufgabe 1.4

a) Praktisches Ziel.

b) Kognitives Ziel.

c) Kognitives Ziel.

Aufgabe 1.5

a) S. 10 f.

b) S. 11 f.

Aufgabe 1.6

a) richtig.
b) falsch.
c) richtig.
d) richtig.
e) richtig.
f) falsch.

Kapitel 2:
Robinson Crusoe

Aufgabe 2.1

a) Plan 2 dominiert Plan 4.

b) Nach Zusammenfassung der Schraubensorten dominiert Plan 2 den Plan 3. Effizient sind also Plan 1 und Plan 2.

c) $$(5+8)p_s + 7p_n = (6+6)p_s + 8p_n \Rightarrow p_s = p_n.$$

Aufgabe 2.2

a) Zustandsdominanz bezieht sich auf die Ergebnisse in den einzelnen Zuständen. Nach diesem Kriterium dominiert Plan 2 den Plan 1.

b)

	μ	σ^2	u
Plan 1	4	0,5	3,5
Plan 2	5	1,625	1,625
Plan 3	5	1,875	1,875

Nach dem (μ, σ)-Prinzip dominiert bei Risikoaversion Plan 3 den Plan 2.

c) Die Präferenzreihenfolge nach u ist: Plan 1 $\succ$ Plan 3 $\succ$ Plan 2.

d) Es zeigt sich eine Schwäche des (μ, σ)-Prinzips: Möglicherweise weisen Lösungen einen höheren (μ, σ)-Nutzenwert auf, obwohl sich nach dem allgemeineren Prinzip der Zustandsdominanz eine andere Lösung als dominant erweist. (Siehe auch S. 512.)

Aufgabe 2.3

a) Beachten Sie den Hinweis zur Achsenbeschriftung!

Die Lösungen sind durch Punkte gekennzeichnet, deren Koordinaten den Werten für μ und σ^2 entsprechen. Effizienz sind diejenigen Lösungen, die am weitesten rechts bzw. unten liegen. Dies gilt hier (von Süden nach Osten) für F, E, D und B.

b) Die Indifferenzkurven sind Geraden mit der Steigung $+50$. Aus der Menge der effizienten Lösungen ist diejenige optimal, die auf der am weitesten rechts liegenden Geraden liegt, also Plan B.

Aufgabe 2.4

a) Nein.

b) Plan 5 dominiert die Pläne 1 und 3.

c) Mit der Gesamtentlohnung von 26 Recheneinheiten ist Plan 5 optimal.

d) Effizient sind hier die Lösungen, die am weitesten links bzw. unten liegen. Die Isokostenlinien sind fallende Geraden mit der Steigung $(-0{,}5)$. Optimal ist die Lösung, die auf der am weitesten links verlaufenden Geraden liegt. Das ist Plan 5.

Aufgabe 2.5

a) Sicherheit.

b) Ungewissheit.

c) Quasi-Sicherheit (bei direkter Schätzung des Erwartungswerts) oder Risiko.

d) Risiko.

Aufgabe 2.6

Aktionen: jetzt einfahren oder warten.

Zustände: trockenes Wetter oder Regen (unsichere Erwartungen).

Ergebnisse: trockenes Heu, verdorbenes Heu oder feuchtes Heu, das vorsichtig zu lagern ist.

Nutzen: Bewertung der aus einer Aktion resultierenden, zustandsabhängigen Ergebnisse. Bspw.: Wegen der hohen Regenwahrscheinlichkeit ist die Aktion „jetzt einfahren“ besser.

Aufgabe 2.7

Solange Umsatz und Gewinn steigen, ist die Werbung ineffizient gering, weil sich zusätzliche Werbung beides steigern ließe, der Umsatz und der Gewinn. Effiziente Lösungen implizieren einen Trade-off zwischen Umsatz und Gewinn. Dies gilt im Bereich $w \in [7; 10]$.

Aufgabe 2.8

a) Plan 1 ist unzulässig, weil er einen Einsatz von 840 Einheiten des Rohstoffs 2 erfordert. Es kommt also nur Plan 2 in Frage.

b) Produkt c wird von Produkt b dominiert. a und b sind effizient.

Aufgabe 2.9

a)	richtig.	d)	richtig.	g)	falsch.
b)	falsch.	e)	falsch.	h)	richtig.
c)	falsch	f)	falsch.	i)	falsch.

Kapitel 3: Kooperationsvorteile und Austausch über Märkte

Aufgabe 3.1

a) $$b = 345 - a.$$

Das *Nash*-Kriterium fordert die Maximierung des Produkts der Nutzenzuwächse, also

$$(a - 63)([345 - a] - 8) \rightarrow \max! \Rightarrow a^* = 200;\; b^* = 145.$$

b) Die Gewinnverteilung könnte man als „ungerecht" empfinden, weil B trotz gleicher Leistung einen geringeren Gewinnanteil erzielt. Allerdings muss er auch auf weniger verzichten, damit überhaupt ein Gewinn zustande kommt.

Aufgabe 3.2

a) Budgetrestriktionen:

$$b_1 = 8 - 2a_1;\; b_2 = 6 - 1{,}5a_2.$$

Maximierungsansätze:

$$a_1(8 - 2a_1) \rightarrow \max! \Rightarrow a_1 = 2;\; b_1 = 4;\; u_1 = 8.$$

$$a_2(6 - 1{,}5a_2) \rightarrow \max! \Rightarrow a_2 = 2;\; b_2 = 3;\; u_2 = 6.$$

b) Die komparativen Kostenvorteile für a liegen bei Produzent 2, weil er nur auf 1,5 b-Einheiten verzichten muss, während es Produzent 1 2 b-Einheiten kostet. Bei Produkt b verhält es sich umgekehrt.

c) Wenn Produzent 2 nur a herstellt und Produzent 1 nur b, ergibt sich $a_{ges} = 4$ und $b_{ges} = 8$.

d) Die Aufteilung $a_1 = a_2 = 2$ sowie $b_1 = 4{,}5$ und $b_2 = 3{,}5$ ist dominant besser als die Lösung unter a). (Es gibt auch andere Lösungen, für die das zutrifft.)

Aufgabe 3.3

a) $$\mu_s = 150, \sigma_s^2 = 30^2, \mu_k = 150, \sigma_k^2 = 10^2.$$

b) Für x muss gelten:

$$\mu_k = 15 + 0{,}5 \cdot 140 + 0{,}5 \cdot (160 - x) = 150 \Rightarrow x = 30.$$

Die neuen Zahlungen betragen dann

	Sonne	Regen
Strandkorbverleih	$180 - 15 = 165$	$120 - 15 + 30 = 135$
Kindertheater	$140 + 15 = 155$	$160 + 15 - 30 = 145$

Damit verringern sich die Standardabweichungen auf $\sigma_s = 15$ und $\sigma_k = 5$. (Sie könnten auch mit stochastischer Dominanz zweiten Grades argumentieren, vgl. S. 516.)

c) Es sei α der Anteil am Einkommen von s, den k erhält, und β der Anteil am Einkommen von k, den s erhält. Um die Äquivalenz der Lösung zu b) herzustellen, muss aus Sicht von k gelten:

$$\alpha \cdot 180 + (1 - \beta) \cdot 140 = 155$$

$$\alpha \cdot 120 + (1 - \beta) \cdot 160 = 145$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta = \frac{3}{8}.$$

Die Sichtweise des s kommt selbstverständlich zum gleichen Ergebnis.

Aufgabe 3.4

a) Die Besonderheit liegt darin, dass sich die Beteiligten in ihrer Nutzenfunktion unterscheiden. Dessen ungeachtet ist hier das *Nash*-Produkt zu maximieren.

$$NP = \left[\sqrt{(1.200 + h)} - \sqrt{1.200}\right][0{,}1 \cdot (1.200 + 160 - h) - 0{,}1 \cdot 1.200] \rightarrow \max_h!,$$

wobei $160 - h = k$. Nach Ableiten, geeignetem Zusammenfassung sowie Quadrieren kommt man zu einer quadratischen Gleichung mit der Lösung $h \approx 79{,}36$ und folglich $k \approx 80{,}64$.

b) Wenn Hinz mit seiner degressiven Nutzenfunktion ein höheres Vermögen hat, benötigt er einen größeren Nutzenzuwachs. $\hat{h}$ müsste also einen höheren Wert annehmen. (Mit dem gleichen Ansatz wie unter a) kommen Sie zu $\hat{h} \approx 79{,}49$.)

c) Wenn Kunz mit seiner linearen Nutzenfunktion ein höheres Vermögen hat, ändert das keinen Einfluss auf die Ergebnisse unter a), wie sich sofort aus der Gleichung für das *Nash*-Produkt ergibt.

Aufgabe 3.5

a) Die Vergleichbarkeit ist nur gegeben, wenn beim Austausch von x und y eine Budgetrestriktion zu beachten ist. Es soll daher gelten: $x = a + c$ und $y = b - c$. Die optimale Ausstattung ergibt sich dann aus

$$\sqrt{a + c} + \sqrt{b - c} \rightarrow \max!$$

Man erhält $c = 0{,}5(b - a)$ und $x = y = 0{,}5(a + b)$.

b) Die Wurzelfunktion impliziert einen abnehmenden Grenznutzen.

Aufgabe 3.6

S. 65, S. 69.

Aufgabe 3.7

a) Es handelt sich hier um ein Beispiel für ein nicht-kooperatives Verhandlungsspiel (ähnlich S. 542-545). Ergebnis: Das Mädchen bietet dem Jungen zwei Stücke an.

b) Der Junge wird annehmen. Die Begründung ergibt sich aus der Rekursion, die mit der fünften und letzten Runde beginnt.

c) Nein. Es könnte aber einen Unterschied machen, wäre der Junge ungeduldiger als das Mädchen.

Aufgabe 3.8

a) richtig.

b) richtig.

c) falsch.

d) richtig.

e) falsch.

f) falsch.

g) falsch.

h) falsch.

i) richtig.

j) falsch.

Kapitel 4:
Warum Unternehmen?

Aufgabe 4.1

Unterschiede S. 103-105.

Beispiele für Verhaltensunsicherheit: Wahl des Risikos einer Investition (unbeobachtbar für den Kreditgeber); Wahl der individuellen Anstrengung eines Angestellten (unbeobachtbar für den Chef).

Beispiele für Qualitätsunsicherheit: Qualifikation eines Arztes (unbeobachtbar für den Patienten); Haltbarkeit eines Gebrauchtwagens (unbeobachtbar für den Käufer).

Beispiele für Ergebnisunsicherheit: Gewinn wegen der Unschärfe der Buchhaltung; Umsatz bei Barzahlung ohne Registrierkasse.

Aufgabe 4.2

a) Die Chance liegt in der Ausweitung des Umsatzes. Die Gefahr liegt in der totalen Abhängigkeit von der Handelskette, die daher einen großen Preisdruck ausüben kann.

b) verbindliche langfristige Abnahmeverträge; Grenzfall: vertikale Integration (vorwärts oder rückwärts).

Aufgabe 4.3

Formen der Transaktionskosten S. 99-102.

Beispiele bei einem Arbeitsvertrag:

	Arbeitgeber	Arbeitnehmer
Informationskosten	Assessment Center	Prüfung der Karrierechancen
Verhandlungs- und Entscheidungskosten	Personaleinsatzplanung	Überprüfung des vorgelegten Arbeitsvertrages
Durchsetzungskosten	Abmahnung nach Fehlverhalten	Bestehen auf nur mündlich zugesagten Sonderzuwendungen
Opportunitätskosten	nicht ausgeschöpfte Wohlfahrtspotenziale	

Aufgabe 4.4

a)
$$\frac{1}{2}(400 + 500) = 450.$$

b)
$$\frac{1}{3}(400 + 500 + 900) = 600.$$

c) Nur die schlechteste Qualität, weil nur unter dieser Bedingung der erzielte Preis auch der Qualität entspricht.

Aufgabe 4.5

a) Da bei gleicher Anfangsauszahlung der Erwartungswert des Einzahlungsüberschusses bei Projekt A mit 119.500 € höher ist als bei Projekt B (118.750 €), sollte der Unternehmer Projekt A wählen.

b) Die erwartete Einzahlung des Unternehmers beträgt nun bei Durchführung von Projekt A 75.500 €, bei Projekt B aber 76.950 €. Projekt B ist daher nun für den Unternehmer attraktiver.

c) Zwar ist für den Unternehmer selbstverständlich der niedrigere Zinssatz *ceteris paribus* von Vorteil. *Nach* Abschluss des Kreditvertrages mit niedrigem Zins ist jedoch wiederum das Projekt B mit einem erwarteten Überschuss von 79.040 € individuell vorteilhafter als Projekt A, das zu einem erwarteten Überschuss von 77.700 € führt. Die Bank sollte einer Ankündigung des Unternehmers, das risikoarme Projekt durchzuführen, also keinen Glauben schenken und das Kreditangebot mit dem niedrigen Zinssatz zurückziehen.

d) Wie aus b) und c) ersichtlich, führt Projekt A mit niedrigem Zins zu einer größeren erwarteten Einzahlung als Projekt B mit hohem Zinssatz. Eine glaubwürdige Bindung an die Durchführung von Projekt A, bspw. durch die Bereitstellung von Sicherheiten, liegt daher im Interesse des Unternehmers.

Aufgabe 4.6

a) Es handelt sich um einen negativen, einseitigen externen Effekt, den 1 auf 2 ausübt. Ein Beispiel wäre die von der Produktionsmenge abhängige Abwärme eines Kraftwerkes, welche die Kosten einer Fischfarm im angrenzenden Fluss erhöht.

b)
$$g_1 = 50x - (x^2 + 20x) \rightarrow \max! \Rightarrow x = 15,$$
$$g_2 = 80y - (5y^2 + 10y + 10x) \rightarrow \max! \Rightarrow y = 7.$$

c) Die privaten Grenzkosten im Optimum betragen 50 (und entsprechen natürlich dem Stückpreis), die sozialen Grenzkosten betragen 60.

d)
$$g_1 = 50x - (x^2 + 20x) - 10x \rightarrow \max! \Rightarrow x = 10.$$

e) Die Nachfrager müssten ihre Zahlungsbereitschaft auf 40 verringern. Infolge der geringeren Präferenz für das schädliche Produkt X würde Unternehmen 1 sein Produktionsmenge auch bei individueller Gewinnmaximierung auf $x = 10$ reduzieren.

Aufgabe 4.7

Dies betrifft die optimale Größe eines Unternehmens, S. 137. Siehe auch die Argumente zum keineswegs regelmäßigen Erfolg von Fusionen, S. 150.

Aufgabe 4.8

a) S. 120.

b) Ein „armer" Anwohner hat gewöhnlich weder das Vermögen noch ein hinreichendes Finanzierungspotenzial, einem angrenzenden Chemieunternehmen das Recht zur Beeinträchtigung abzukaufen. Zudem wären die Kosten der Beweiserbringung für den Anwohner viel größer. (Siehe dazu auch die Ausführungen zur Beweislastumkehr im Umwelthaftungsrecht, S. 206 f.) Umgekehrt gibt es viele nicht abdingbare Normen, sodass es rechtlich gar nicht zulässig ist, die erwünschte Umverteilung von Verfügungsrechten vorzunehmen. Eine nicht abdingbare Norm könnte das Chemieunternehmen praktisch daran hindern, bei gefährlichen Emissionen den Geschädigten direkt zu entschädigen.

Aufgabe 4.9

Insgesamt: S. 149, 258, 612 f.

Aufgabe 4.10

a) richtig.

b) falsch.

c) richtig

d) falsch.

e) falsch.

f) falsch.

g) richtig.

h) richtig.

i) richtig.

Kapitel 5: Entscheidungsbefugnisse und Unternehmensziele

Aufgabe 5.1

a) Bei der OHG haften alle Gesellschafter auch mit ihrem Privatvermögen für die Verbindlichkeiten der Gesellschaft, bei der KG nur die Komplementäre. Die Kommanditisten haften nur mit ihrer Einlage.

b) Im Wesentlichen ja. Mehr Haftung erfordert mehr Mitsprache und mehr Informationsrechte. Die Kommanditisten haben generell keine Geschäftsführungsbefugnis (§ 164 HGB). Zudem haben Vollhafter weitergehende Informationsrechte, die zudem nicht ausgeschlossen werden können (§§ 118, 166 HGB).

c) Die Fähigkeit zur Aufbringung von Eigenkapital ist bei der OHG begrenzt, weil nur solche Gesellschafter für die Aufnahme in Frage kommen, die bereit sind, ihre Privatsphäre und ihre Betriebssphäre weitestgehend zu integrieren.

Aufgabe 5.2

a) S. 195-197.

b) S. 194 f.

Aufgabe 5.3

S. 197-199.

Aufgabe 5.4

a) S. 160.

b) Unterschied zwischen einer eigentümer- und einer managergeleiteten Gesellschaft; S. 174-181.

Aufgabe 5.5

S. 192-195 und S. 195 ff.

Aufgabe 5.6

Die Vorschrift soll vermeiden, dass „das Kleingedruckte“ Passagen enthält, die den Verbraucherschutz aufheben. Zwar verhindert dies grundsätzlich eine Möglichkeit zur Internalisierung externer Effekte. Infolge einer ungleich verteilten Verhandlungsmacht und ungleich verteilter Informationen mag dies jedoch insgesamt positiv wirken.

Aufgabe 5.7

a) Bei $n = 4$ Genossen ist der Durchschnittsgewinn mit $160:4 = 40$ größer als die Alternativentlohnung von 30. Die Gründung lohnt sich also.

b) Es wird der Durchschnittsgewinn je Genosse maximiert. Bei $n = 6$ nimmt der Pro-Kopf-Gewinn mit $270:6 = 45$ sein Maximum an. Es werden also 2 Mitarbeiter zusätzlich eingestellt.

c) Es wird der (Brutto-) Gesamtgewinn abzüglich der Lohnkosten maximiert. Hier liegt das Maximum bei $n = 8$ in Höhe von $344 - 8 \cdot 30 = 104$.

d) Die Genossenschaft stellt weniger Mitarbeiter ein, weil sie sich am Durchschnittsgewinn orientiert. Da dieser aber die Opportunitätskosten deutlich übersteigt, ist die Anforderung an die Einstellung zusätzlicher Mitarbeiter schärfer.

Aufgabe 5.8

a) Das Hauptproblem ist, dass Betroffenheit und Unvoreingenommenheit nicht miteinander vereinbar sind. Ein weiteres Problem ist die Organisation der Entscheidungsfindung, weil der Kreis der Betroffenheit sehr weit sein kann.

b) Sinnvoller wäre es, die individuellen Einkommensinteressen und die Gesamtwohlfahrt durch geeignete institutionelle Vorkehrungen in Einklang zu bringen. Dabei helfen der Wettbewerb und ein angemessener Rechtsrahmen. Nicht zuletzt ist eine Sozialisation mit Förderung jeden individuell moralischen Verhaltens zu empfehlen. Moral senkt Transaktionskosten.

Aufgabe 5.9

a)
$$\text{Umsatz} - \text{Kosten} = 2.000\sqrt{z} - 50z \to \max! \Rightarrow z = 400; u = 40.000.$$

b)
$$5.000 - 50z \to \max! \Rightarrow z = 0; u = 0;\ g_u = -5.000;\ g_v = 5.000;$$
$$1.000\sqrt{z} - 50z \to \max! \Rightarrow z = 100; u = 20.000;\ g_u = 10.000;\ g_v = 5.000;$$
$$2.000\sqrt{z} - 15.000 - 50z \to \max! \Rightarrow z = 400; u = 40.000;\ g_u = 15.000;\ g_v = 5.000.$$

Die dritte Lösung ist die dominant beste, weil der Vertreter indifferent ist und der Gewinn des Unternehmens am höchsten ist.

c) Die optimale Lösung unter b) impliziert, dass der Vertreter das gesamte Umsatzrisiko trägt. Bei den genannten Risikopräferenzen sollte aber das Unternehmen das Risiko tragen. Es sollte daher zu einem Kompromiss zwischen der Vermittlung von Anreizen für den Vertreter und der Risikoteilung kommen. (Vgl. auch Aufgabe 6.13.)

Aufgabe 5.10

a) richtig.

b) richtig.

c) richtig.

d) falsch.

e) richtig.

f) falsch.

g) falsch.

h) richtig.

i) falsch.

j) falsch.

Kapitel 6: Leistungsbereich

Aufgabe 6.1

a) Es muss sich bei rationaler Erwartung der Käufer für genau einen der Verkäufertypen lohnen, eine Garantie zu vergeben. Dann ist die Garantie ein eindeutiges, glaubwürdiges Signal für die Qualität.

b) Das Signalgleichgewicht hat die folgenden Elemente: Die Nachfrager bezahlen bei Garantie den Preis für die hohe Qualität (6.000), ohne Garantie den Preis für die niedrige Qualität (4.000) und den Preis für die durchschnittliche Qualität (5.000), wenn beide Anbieter oder kein Anbieter die Garantie gewähren. Diese Erwartungen sind selbstbestätigend, wie die folgende Tabelle zeigt:

	schlechtes Auto	
gutes Auto	Garantie	keine Garantie
Garantie	4.500 / 2.000	5.500 / 4.000
keine Garantie	4.000 / 3.000	5.000 / 5.000

Für den Verkäufer eines guten Autos ist die Gewährung einer Garantie eine dominante Strategie (vgl. dazu S. 532), bei dem Verkäufer eines schlechten Autos gilt dasselbe für den Verzicht auf die Garantie.

Aufgabe 6.2

a)
$$g = \left(12.600 - 10\sqrt{a}\right) \cdot 2\sqrt{a} - 25a - 2.700.000 \to \max!$$
$$\Rightarrow a = 78.400;\ x = 560;\ p = 9.800;\ g = 828.000.$$

b) Die Arbeitnehmer maximieren ihren Nutzen. Mit $\ell = 25$ ist
$$u = 25a^* - 1{,}5625a^{*2} \to \max! \Rightarrow a^* = 8.$$
Bei 20 Arbeitstagen sind daher $n = 78.400 : (8 \cdot 20) = 490$ Arbeitnehmer einzustellen.

c) Die durch das Unternehmen nachgefragte gesamte Arbeitsmenge würde zurückgehen, jeder Arbeitnehmer würde gerne mehr Stunden pro Tag arbeiten, die Anzahl eingestellter Arbeitnehmer ginge zurück. Im Falle von $\ell = 30$ ergäbe sich beispielsweise $a = 63.504$, $a^* = 9{,}6$ und $n = 330{,}75$.

Aufgabe 6.3

Allgemeiner Hinweis: Die Problemstellung ist dem Beitrag *Neus/Nippel* (1996) entnommen. Dort finden sich auch viele Zwischenergebnisse in allgemeiner Form.

a) Endwerte:

$$ew_1 = 1{,}18I_1 - 0{,}06(I_1^2 + I_1I_2)$$

$$ew_2 = 1{,}16I_1 - 0{,}06(I_2^2 + I_2I_1)$$

Reaktionsfunktionen:

$$ew_1' = 1{,}18 - 0{,}12I_1 - 0{,}06I_2 = 0$$

$$ew_2' = 1{,}16 - 0{,}12I_2 - 0{,}06I_1 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = 6{,}66;\ I_2 = 6{,}33;\ ew_1 = 2{,}66;\ ew_2 = 2{,}40.$$

b) Hier muss Unternehmen 1 die Reaktion von Unternehmen 2 in seine Endwertmaximierung einbeziehen:

$$I_2 = \frac{1}{0{,}12}(1{,}16 - 0{,}06I_1).$$

Einsetzen in ew_1 und Optimieren führt zu $I_1 = 10$ und $I_2 = 4{,}66$. Die Endwerte betragen $ew_1 = 3$ und $ew_2 = 1{,}30$. Der *Stackelberg*-Führer investiert also deutlich mehr als der *Stackelberg*-Folger und erzielt auch einen höheren Endwert.

c) Die Zielfunktionen lauten hier

$$ew_1 = 1{,}18I_1 - 0{,}06(I_1^2 + I_1I_2) \text{ sowie } ew_2^* = 1{,}19I_1 - 0{,}06(I_2^2 + I_2I_1).$$

Bei *Cournot*-Verhalten erhält man analog zu a) $I_1 = 6{,}5$ und $I_2 = 6{,}66$. Die Endwerte betragen $ew_1 = 2{,}53$ und $ew_2 = 2{,}46$. Die strategische Verringerung des Kalkulationszinsfußes ermöglicht eine Investitionsausweitung auf Kosten des Konkurrenten. Zugleich steigt, verglichen mit a), der eigene Endwert, der Endwert des Konkurrenten sinkt.

d) Für die Zielfunktionen erhält man

$$ew_1^* = 1{,}21I_1 - 0{,}06(I_1^2 + I_1I_2) \text{ und } ew_2^* = 1{,}19I_1 - 0{,}06(I_2^2 + I_2I_1),$$

sodass bei *Cournot*-Verhalten die Investitionsvolumina $I_1 = 6{,}83$ und $I_2 = 6{,}5$ gewählt werden. Die Endwerte betragen $ew_1 = 2{,}59$ und $ew_2 = 2{,}34$. Bei strategischem Verhalten auf beiden Seiten sinken die Gewinne beider Konkurrenten.

e) Hier ergibt sich das Problem der Glaubwürdigkeit der strategischen Veränderung des Kalkulationszinsfußes. Es ist nämlich unglaubwürdig, dass die Eigentümer selbst etwas anderes maximieren als ihre eigene Zielfunktion.

f) Bei nicht beobachtbaren Variablen erweist sich strategisches Verhalten als generell wirkungslos. Strategisches Verhalten ist motiviert durch die Verhaltensbeeinflussung, die scheidet bei Unbeobachtbarkeit aber aus.

Aufgabe 6.4

a) S. 253-255.

b) S. 256 ff.

Aufgabe 6.5

a) Die Barwerte der Prüfkosten und der konstanten Gebühren müssen übereinstimmen:

$$60 \cdot 1{,}1^{-1} + \sum_{t=2}^{5} 50 \cdot 1{,}1^{-t} = \sum_{t=1}^{5} p \cdot 1{,}1^{-t}.$$

$$\Rightarrow p = 52{,}4.$$

b) Die Quasi-Rente entspricht der Differenz zwischen Prüfungsgebühr und Prüfungskosten. Sie beträgt also 2,4.

c) Die Unabhängigkeit ist gefährdet, weil der Prüfer nur dann seine Gesamtkosten deckt, wenn er tatsächlich fünf Perioden lang prüft. Bei einem vorzeitigen Prüferwechsel erzielt der Prüfer einen Verlust. Ein Unternehmen könnte also durch Androhung eines vorzeitigen Prüferwechsels den Prüfer beeinflussen.

Aufgabe 6.6

a) S. 299, S. 604.

b) S. 300 ff.

Aufgabe 6.7

a)
$$g = (360 - 0{,}2x)x - (9.000 + 0{,}1x^2).$$

Die Menge $x_0 = 600$ führt zum maximalen Gewinn von $g_0 = 99.000$.

b) Die Menge $x^* = 300$ führt zum Stückkostenminimum von

$$k^* = \frac{K(x^*)}{x^*} = 60.$$

c) Unter Wettbewerbsbedingungen werden gerade die Kosten gedeckt. Das Gesamtangebot muss also gerade so groß sein, dass der Preis mit den Stückkosten im Produktionsoptimum übereinstimmt:

$$360 - 0{,}2(300n) = 60 \Rightarrow n = 5.$$

Aufgabe 6.8

Für die Praxis spricht der althergebrachte Grundsatz des Berufsbeamtentums (diese Grundsätze haben in Deutschland Verfassungsrang!), Danach soll der Staat seinen Beamten den standesgemäßen Lebensunterhalt sichern. Dieser ist für Professoren unterschiedlicher Fachrichtungen sicher gleich hoch.

Dagegen spricht alles, was entfernt mit einem marktbezogenen Argument zu tun hat. Allem voran ist die Entlohnung in einer Alternativbeschäftigung außerhalb der Universität zu nennen, die auch bei vorsichtiger Abschätzung für einen Betriebswirt deutlich höher liegen dürfte als bei einem Philosophen.

Ein Abgehen von marktbezogenen Argumenten könnte man damit begründen, dass die Beschäftigung mit Philosophie für den Staat als Ganzen wünschenswert und zu subventionieren ist, da sich ohne Subvention zu wenig kluge Köpfe mit Philosophie beschäftigen.

Für andere Paare von Fächern, etwa Medizin und Theologie, könnte man entsprechend argumentieren.

Aufgabe 6.9

a) Die Gewinne für die beiden Unternehmen betragen

$$g_i = (71 - x_i - x_{3-i})x_i - (267 + 17x_i) \;\; (i = 1, 2).$$

Aus den symmetrischen Reaktionsfunktionen erhält man die Lösung

$$x_1 = x_2 = 18; \; p = 35; \; g_1 = g_2 = 57.$$

b) Der Gewinn des nunmehrigen Monopolisten beträgt

$$g = (71 - x)x - (619 + 17x).$$

$$\Rightarrow x = 27; \; p = 44; g = 110.$$

Der Gewinn des Monopolisten ist geringer als die Summe der Gewinne der Dyopolisten, daher lohnt sich die Fusion nicht.

Aufgabe 6.10

Annahmegemäß sind alle Marktteilnehmer risikoindifferent.

a) Der sorgfältige Typ wählt den billigen Mäher, weil es nie zu einem Schaden kommen kann. Der erwartete Schaden bei Leichtsinn und niedrigem Schaden beträgt $0{,}0015 \cdot 80.000 = 120$, bei hohem Schaden $0{,}0015 \cdot 240.000 = 360$. In beiden Fällen ist der erwartete Schaden höher als die Preisdifferenz, daher wählen leichtsinnige Kunden den teuren Mäher.

b) Verkäufer können den Käufertypen nicht unterscheiden und bieten daher nur eine Variante an. Der erwartete Schaden über alle Kundengruppen hinweg beträgt $0{,}5 \cdot 0{,}0015 \cdot (0{,}5 \cdot 80.000 + 0{,}5 \cdot 240.000) = 120$. Der erwartete Schadensersatz ist also höher als die Kostendifferenz, daher bringt der Anbieter nur den teuren Mäher auf den Markt.

Für eine vollständige spieltheoretische Ausmodellierung müsste man – insbesondere im Hinblick auf die Erwartungsbildung – zusätzliche Annahmen treffen. Es sind Modellannahmen denkbar, die zu anderen Ergebnissen führen.

c) Die Lösung unter a) ist besser. Sorgfältige Käufer müssen nicht das teure Produkt zu kaufen, leichtsinnige Kunden kaufen den sicheren Mäher. In beiden Fällen kommt es nicht zu Schäden. Die Durchschnittskosten betragen $0{,}5 \cdot 300 + 0{,}5 \cdot 400 = 350$.

Aufgabe 6.11

a) Reaktionsfunktionen:

$$p_i = \frac{1}{3}(100 + p_{3-i}) \ \ (i = 1, 2).$$

$$\Rightarrow p_1 = p_2 = 55;\ x_1 = x_2 = 180;\ g_1 = g_2 = 2.700.$$

b)

$$p_i = 100 - 0{,}15x_i - 0{,}1x_{3-i} \ \ (i = 1, 2).$$

c) Reaktionsfunktionen:

$$x_i = 200 - \tfrac{1}{3}x_{3-i} \ \ (i = 1, 2)$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 = 150;\ p_1 = p_2 = 62{,}5;\ g_1 = g_2 = 3.375.$$

d) Die Reaktionsfunktionen zeigen, dass die Anbieter auf eine Preissenkung mit einer Preissenkung reagieren (strategische Komplemente), während sie auf eine Mengenerhöhung mit einer Mengensenkung reagieren (strategische Substitute). Die Logik lässt sich wie folgt plausibel machen: Eine Preissenkung des Konkurrenten führt zu einer Absenkung der eigenen Menge unter das gewünschte Niveau; für eine Kompensation ist das Absenken des eigenen Preises erforderlich. Eine Mengenerhöhung des Konkurrenten führt zu einer Senkung des Preises unter das gewünschte Niveau. Hier ist es für eine Kompensation erforderlich, die eigene Menge abzusenken. Per Saldo ist der Preiswettbewerb schärfer, sodass geringere Preise, höhere Mengen und geringere Gewinne resultieren.

Aufgabe 6.12

a) S. 282-285.

b) Sucheigenschaften: häufig der Preis; Geräuschentwicklung bei einem Auto;
Erfahrungseigenschaften: Empfindlichkeit der Wäschefarbe gegenüber dem Waschen; versprochene Haltbarkeit von Energiesparbirnen.

c) S. 284 f.

Aufgabe 6.13

Hinweis: Die Aufgabe weist eine Verwandtschaft zu Aufgabe 5.9 auf. Beachten Sie die Gemeinsamkeiten, aber auch die Unterschiede.

a)

$$\ell_1\!:\ 25.000 - 80t \to \max! \ \Rightarrow t = 0;\ e = 0;\ g_u = -25.000;\ g_v = 25.000;$$

$$\ell_2\!:\ 4.000\sqrt{t} - 80t \to \max! \ \Rightarrow t = 625;\ e = 200.000;\ g_u = 100.000;\ g_v = 50.000;$$

$$\ell_3\!:\ 8.000\sqrt{t} - 120.000 - 80t \to \max! \ \ t = 2.500;\ e = 400.000;\ g_u = 120.000;\ g_v = 80.000.$$

Lösung ℓ_3 dominiert offensichtlich die beiden anderen Lösungen; Unternehmen und Vertreter befürworten diese Lösung einstimmig.

b) Das Risiko beeinflusst die Entscheidung über den Zeiteinsatz nicht. Weiter entspricht der Erwartungswert des Unternehmergewinns g_u dem sicheren Gewinn aus Aufgabenteil a). Der einzige Unterschied liegt im Sicherheitsäquivalent des Vertreters, das nun eine Risikoprämie enthält. Es gilt daher

$$\mathrm{Var}\{g_v|\ell_1\} = 0 \Rightarrow \varphi(\ell_1) = 25.000;$$
$$\mathrm{Var}\{g_v|\ell_2\} = 225 \text{ Mio.} \Rightarrow \varphi(\ell_2) = 27.500;$$
$$\mathrm{Var}\{g_v|\ell_3\} = 900 \text{ Mio.} \Rightarrow \varphi(\ell_3) = -10.000.$$

Als einzige Lösung ermöglicht ℓ_2 also einen positiven Nutzen für beide Parteien. ℓ_2 ist also die einzige Lösung, die beiden Seiten als akzeptabel ansehen.

c) Nur das Entlohnungsmodell ℓ_2 stellt einen Kompromiss her zwischen der erforderlichen Vermittlung von Arbeitsanreizen für den Vertreter und der wünschenswerten Risikoteilung. Bei sicheren Erwartungen spielt dagegen allein die Anreizvermittlung eine Rolle.

d) Hier handelt es sich um eine direkte Anwendung des LEN-Modells:

$$-\alpha + (1-\beta) \cdot 8.000\sqrt{t} \to \max!$$

unter

$$t = \arg\max\left\{\alpha + \beta \cdot 8.000\sqrt{t} - 80t - \frac{1}{10.000}\beta^2 \cdot 900 \text{ Mio.}\right\} \quad \text{(Anreizverträglichkeit)}$$
$$\alpha + \beta \cdot 8.000\sqrt{t} - 80t - \frac{1}{10.000}\beta^2 \cdot 900 \text{ Mio.} = 0 \quad \text{(Teilnahmebedingung)}$$

Aus der Anreizverträglichkeitsbedingung erhält man $t = 2.500\beta^2$. Nach Einsetzen der Restriktionen für α und t in die Zielfunktion kommt man schnell zu $\beta = \frac{20}{29}$ und schließlich zu $\alpha = -110.000\beta$.

Aufgabe 6.14

Die Tatsachenbehauptung ist gewiss richtig. Zugleich benötigt der Franchisegeber aber auch Druckpotenziale, um sicherzustellen, dass der Franchisenehmer den Wert der spezifischen Vorleistungen sichern hilft. Es geht also um die Schaffung ausgewogener Drohpotenziale.

Aufgabe 6.15

a) richtig.

b) falsch.

c) richtig.

d) falsch.

e) richtig.

f) richtig.

g) falsch.

h) falsch.

i) richtig.

j) falsch.

k) richtig.

Kapitel 7: Finanzbereich

Aufgabe 7.1

$$kw_{sofort} = -280.000 + \sum_{t=1}^{5} 75.000 \cdot 1{,}08^{-t} = 19.453{,}25.$$

$$\begin{aligned} kw_{später} &= -280.000 - x \cdot 1{,}08^{-1} + \sum_{t=2}^{5}(0{,}75 \cdot 120.000 + 0{,}25 \cdot 75.000) \cdot 1{,}08^{-t} \\ &= 53.512{,}77 - x \cdot 1{,}08^{-1}. \end{aligned}$$

Gleichsetzen der Kapitalwerte führt zu $x = 36.784{,}28$.

Aufgabe 7.2

a) Die internen Zinsfüße erhält man als Lösungen der auf den Zahlungsreihen beruhenden quadratischen Gleichungen. Es gilt $i_1^* = 16\%$; $i_2^* = 15\%$. Nach Maßgabe des internen Zinsfußes ist also s_1 vorzuziehen.

b) Nein, denn es handelt sich bei beiden Investitionen um Normalinvestitionen.

c) Der Verzicht auf beide Investitionen ist nicht sinnvoll, weil beide Investitionen eine höhere Rendite haben als den Sollzinssatz. Selbst eine vollständig kreditfinanzierte Investition ist daher lohnend. Der Investor sollte die Kreditaufnahme auf das notwendige Minimum begrenzen, weil der zu zahlenden Kreditzins höher ist als der Habenzins, der er für die externe Anlage des Eigenkapitals erzielen könnte. Der Vergleich der beiden Investitionen erfolgt am besten im Rahmen einen Finanzplans:

	Strategie 1			Strategie 2		
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Kreditbestand	110	9,2	0	160	109,2	0
Cash-flow	−150	114	69,6	−200	70	184
Sollzinsen	–	13,2	1,104	–	19,2	13,104
Tilgung	–	100,8	9,2	–	50,8	109,2
Eigenkapital	−40	–	59,296	−40	–	61,696

Die Strategie 2 ermöglicht also das höhere Endvermögen.

d) Die Kriterien Rendite und Endvermögen führen zu abweichenden Entscheidungen, weil die Anfangsauszahlung verschieden ist. Die Rendite der Differenzinvestition ist größer als der Sollzinssatz; daher lohnt sich die „größere" Investition.

e) Für die Eigenkapitalrenditen gilt $r_1 = 21{,}75\%$ sowie $r_2 = 24{,}19\%$. Die Eigenkapitalrenditen liegen infolge des Leverage-Effekts jeweils deutlich über den Investitionsrenditen. Zur höheren Eigenkapitalrendite bei Investition 2 trägt daher zusätzlich der höhere Verschuldungsgrad bei.

Aufgabe 7.3

a)

t	z_t	d_t	aktuelles Steuersystem g_t	s_t	$z_{t,s}$	alternatives Steuersystem g_t	s_t	$z_{t,s}$
0	−240	–	–	–	−240	–	–	−240
1	15	60	−45	−18	33	−45	0	15
2	60	60	0	0	60	0	0	60
3	100	60	40	16	84	40	10	90
4	142	60	82	32,8	109,2	82	20,5	121,5
Barwert	−4,66	–	–	–	1,56	–	–	−0,64

Bei der Diskontierung ist zu beachten, dass wir bei Einbeziehung der Steuern der Nach-Steuer-Zinssatz verwenden müssen. Dieser beträgt in beiden Fällen 6%, weil auch im alternativen Steuersystem die Erträge der Finanzanlage einem Steuersatz von 40% unterliegen.

b) Das alternative Steuersystem erfüllt seinen Zweck nicht. Der Kapitalwert nach Steuern sinkt infolge der Steuerreform. Die Streichung des Verlustausgleichs wirkt sich stärker aus als die Senkung des Steuersatzes. Aus Gesichtspunkten der Kapitalallokation sind beide Steuersysteme kritisch zu beurteilen, weil sie nicht neutral wirken. So gesehen kann man der Steuerreform tatsächlich etwas Positives abgewinnen, weil sie die Fehlallokation infolge des aktuellen Steuersystems korrigiert.

Aufgabe 7.4

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Kreditbestand	100	21	0
Cash-flow	−100	84	88,2
Sollzinsen	–	5	1,05
Tilgung	–	79	21
Eigenkapital	0	0	66,15

Hinweis: Bei sicheren Erwartungen sind Kredite und externes Eigenkapital äquivalent.

Aufgabe 7.5

a) Da es jeweils nach einer Anfangsauszahlung nur einen Vorzeichenwechsel gibt, handelt es sich um Normalinvestitionen. Die internen Zinsfüße sind $r_A = 271{,}2\%$ und $r_B = 65{,}7\%$.

b) Es gilt $D = B - A = \{-600; -200; 800\}$. Auch D ist eine Normalinvestition.

c) Die undiskontierte Summe der Zahlungen bei D beträgt 0. Bei einem beliebigen positiven Zinssatz scheidet daher die Durchführung der Differenzinvestition aus. A ist besser als B.

Aufgabe 7.6

a) S. 341 f.

b) S. 351 f.

c) vertraglich: Zustimmungsvorbehalt bei Investitionen ab einer bestimmten Größe;
gesetzlich: Gläubigerversammlung in der Insolvenz.

Aufgabe 7.7

a) S. 360 f.

b)
$$\mathrm{E}\{\tilde{r}_e\} = \mathrm{E}\{\tilde{r}_g\} + \left(\mathrm{E}\{\tilde{r}_g\} - r_f\right)\frac{FK}{EK};\;\; \mathrm{Var}\{\tilde{r}_e\} = \left(1 + \frac{FK}{EK}\right)^2 \mathrm{Var}\{\tilde{r}_g\}$$

Aufgabe 7.8

a) S. 364.

b) S. 364 f.

Aufgabe 7.9

a) Angesichts der Risikoindifferenz ist das Projekt mit dem höheren Erwartungswert besser. Es gilt $\mu_{gering} = 113$ und $\mu_{hoch} = 112{,}5$; also ist hier das geringe Risiko besser.

b) Die Rückzahlungsverpflichtung beträgt 75,6. Bei der weniger riskanten Strategie kann A seine Verpflichtung stets erfüllen. Daraus ergibt sich für den Erwartungswert der Zahlung an den Unternehmer $113 - 75{,}6 = 37{,}4$. Der Gewinn beträgt also 7,4.

c) Der erwartete Gewinn des Unternehmers bei Durchführung des riskanten Projekts beträgt $0{,}9 \cdot (120 - 75{,}6) - 30 = 9{,}96$ und ist höher als bei dem geringen Risiko. Also wird A das riskantere Projekt wählen.

d) Der Kreditzins ist so zu wählen, dass auch bei dem riskanten Projekt ein erwarteter Rückfluss von 75,6 resultiert. Dafür muss gelten: $0{,}9R + 0{,}1 \cdot 45 = 75{,}6 \Rightarrow R = 79$; dies entspricht einem Zinssatz von $r = 12{,}85\%$. Der erwartete Gewinn von A beträgt nunmehr 6,9.

e) A hat ein Interesse daran, glaubwürdig zu dokumentieren, dass er das geringe Risiko wählt. Dies könnte zum Beispiel dadurch geschehen, dass A für seine GmbH eine private Bürgschaft übernimmt.

Aufgabe 7.10

a) Die Bruttogewinne sind um die Zinsen von $0{,}1 \cdot 3.000 = 300$ zu vermindern. Der Nettogewinn beträgt also 500 bei guter und 300 bei schlechter Konjunktur.

b) Der Anleger muss seine Anteile an U_1 im Wert von 35 verkaufen und davon Aktien von U_2 sowie festverzinsliche Titel kaufen. Der Kauf von 0,5% an U_2 $(= 15)$ und die risikolose Anlage von 15 rekonstruieren zusammen genommen genau das vorherige Einkommen. Die sichere Verzinsung des verbleibenden Erlöses von 5 führt unabhängig von der Konjunktur zu einem Zusatzeinkommen von 0,5.

Der erzielbare Zusatzgewinn ist nach oben nicht begrenzt, wenn die Preise sich nicht verändern.

c) Der Preis muss auf $v_{E2} = 4.000$ steigen, dann verbleibt bei der unter b) beschriebenen Transaktion kein Resterlös und es herrscht Arbitragefreiheit.

Aufgabe 7.11

a) Es ist der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe $\{-0{,}96; 0{,}06; 1{,}06\}$ zu ermitteln. Die nominale Höhe des Kredits von $\frac{15.000}{0{,}96} = 15.625$ spielt für den internen Zinsfuß keine Rolle. Man erhält $i^* = 8{,}25\%$. Die Kapitalkosten des Festkredits sind also niedriger als die des Kontokorrentkredits.

b) Der Vergleich ist am sinnvollsten mit einem Finanzplan anzustellen:

	Festzinskredit			Kontokorrentkredit		
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
Kreditbestand	15.625	15.625,00	0	15.000	4.500	0
Cash-flow	−15.000	12.000,00	8.000,00	−15.000	12.000	8.000
Sollzins/Disagio	−625	−937,50	−937,50	–	−1.500	−450
Tilgung	–	–	−15.625,00	–	−10.500	−4.500
Anlagebestand	–	11.062,50	0	–	–	–
Habenzins	–	–	531,00	–	–	–
Anlage/Rückzahlung	–	−11.062,50	11.062,50	–	–	–
Endvermögen	–	–	3.031,00	–	–	3.050

c) Mit dem Kapitalkostenkriterium (auf Basis des internen Zinsfußes) kommt man zur falschen Entscheidung. Ursache sind die unterschiedlichen Zinsbemessungsbasen. Der Kleinkünstler muss den vermeintlich billigen Kredit zwei Jahre lang voll bedienen, was zugleich eine Anlage zum niedrigen Habenzinssatz erforderlich macht. Den vermeintlich teuren Kontokorrentkredit kann der Künstler hingegen schnell zurückzahlen.

Aufgabe 7.12

a) falsch.

b) falsch.

c) falsch.

d) falsch.

e) falsch.

f) richtig.

g) falsch.

h) richtig.

i) falsch.

j) richtig.

k) falsch.

Kapitel 8:
Rechnungswesen

Aufgabe 8.1

a) Im Optimum muss gelten $x_1 = x_2 = x$. Damit erhält man

$$g = (300 - x)x - (x + 25)^2 - (50x + 350) = -2x^2 + 200x - 975 \to \max!$$

$$\Rightarrow x = 50;\ g = 4.025$$

b) Entscheidend ist, dass der Verrechnungspreis mit den Grenzkosten der liefernden Stelle bei der optimalen Menge übereinstimmt. Die Grenzkosten der Stelle 1 betragen $k_1' = 2x_1 + 50$. Bei der optimalen Menge von $x_1 = 50$ erhält man also $v = k_1'(50) = 150$. Damit wählen beide Bereiche die optimale Menge von 50:

$$g_1 = 150x_1 - (x + 25)^2 \to \max! \Rightarrow x_1 = 50; g_1 = 1.875;$$

$$g_2 = (300 - x_2)x_2 - (50x_2 + 350) - 150x_2 \to \max! \Rightarrow x_2 = 50; g_2 = 2.150.$$

c) Letztlich ist die Lösung nicht dezentral, weil die Zentrale die Optimalmenge bestimmen muss, um die Grenzkosten der liefernden Stelle im Optimum ermitteln zu können. Die sogenannte Entscheidungsautonomie ist dann völlig überflüssig.

Aufgabe 8.2

a)

	1. Periode		2. Periode	
Vorfall	Einzahlungen	Auszahlungen	Einzahlungen	Auszahlungen
Kredit	2.000.000	200.000	–	2.200.000
Pkw	–	1.200.000	600.000	–
Miete	–	100.000	–	100.000
Löhne	–	1.500.000	–	1.500.000
Versicherung	–	–	–	500.000
Werberechte	6.000.000	–	–	–
Preisgelder	–	–	–	2.000.000
Eintritt	–	–	2.800.000	–
Summe	8.000.000	3.000.000	3.400.000	6.300.000
Saldo		5.000.000	2.900.000	

Anmerkung zum Kredit: Da die Zinszahlungsmodalität nicht eindeutig angegeben ist, wäre es denkbar, dass die gesamten Zinsen (inklusive Zinseszinsen) erst am Ende der zweiten Periode fällig sind. Dann entfällt die Auszahlung in Periode 1, die Auszahlung in Periode 2 erhöht sich auf 2.420.000.

b) Bei dem Kredit und bei dem Fuhrpark ist die ungeeignete Periodenzuordnung offensichtlich. Kreditaufnahme und -tilgung sind erfolgsneutral; die Differenz zwischen Anschaffungs- und Veräußerungswert des Fuhrparks ist angemessen auf die beiden Perioden zu verteilen. Man könnte überlegen, ob es angesichts der generellen Wetterabhängigkeit der Veranstaltung erforderlich ist, eine Rückstellung dafür zu bilden, dass Sponsoren ggf. die Werbeeinnahmen zurückfordern.

Aufgabe 8.3

a) Grenzkosten $k'(10) = 3$ $k'(20) = 3$

b) Stückkosten $\frac{k(10)}{10} = \frac{2.000 + 3 \cdot 10}{10} = 203$ $\frac{k(20)}{10} = \frac{2.000 + 3 \cdot 20}{20} = 103$

c) Variable Kosten $k_v(10) = 3 \cdot 10 = 30$ $k_v(10) = 3 \cdot 20 = 60$

d) Fixkosten $k_f(10) = 2.000$ $k_f(20) = 2.000$

Aufgabe 8.4

a)

t	Cash-flow	Kapital-bindung	kalk. Zinsen	Abschrei-bungen	Residual-gewinn	Ertragswert	ökon. Gewinn
0	–5.000.000	5.000.000	–	–	–	6.942.149	–
1	4.000.000	2.000.000	500.000	3.000.000	500.000	3.636.364	694.215
2	4.000.000	–	200.000	2.000.000	1.800.000	–	363.636
Barwert	1.942.149	–	–	–	1.942.149	–	–

b) Kapitalwert und Barwert der Residualgewinne verändern sich nicht. Allerdings ergibt sich eine andere Verteilung der Residualgewinne auf die Perioden. Infolge der zunächst geringeren Abschreibungen steigt er in der zweiten Periode. Die infolge der höheren verbleibenden Kapitalbindung steigenden kalkulatorischen Zinsen kompensieren den Effekt genau.
Der ökonomische Gewinn wird durch die Veränderung von Buchgrößen ebenfalls nicht beeinflusst, da er allein über die Zahlungen definiert ist.

c) Wegen des Kongruenzprinzips gilt $d_2 = 5.000.000 - d_1$, sodass

$$\hat{g}_1 = 4.000.000 - 0{,}1 \cdot 5.000.000 - d_1$$

$$\hat{g}_2 = 4.000.000 - 0{,}1 \cdot (5.000.000 - d_1) - (5.000.000 - d_1).$$

$$\Rightarrow d_1 = 2.380.952;\ d_2 = 2.619.048.$$

Die Abschreibung muss in der ersten Periode geringer ausfallen, weil infolge des konstanten Cash-flows die Summe aus Abschreibungen und kalkulatorischen Zinsen konstant bleiben muss und die kalkulatorischen Kosten in der zweiten Periode wegen der geringeren Kapitalbindung nach Abschreibung kleiner sind.

d) Das *Lücke*-Theorem setzt voraus, dass die Abschreibungssumme mit der Anfangsauszahlung übereinstimmt. Um dies zu gewährleisten, müssen wir am Ende der zweiten Periode eine (außerordentliche) Zuschreibung in Höhe der Differenz zwischen Wiederbeschaffungswert und Anschaffungswert vornehmen. (Handelsrechtlich ist die „Abschreibung unter Null" ohnehin nicht zulässig.)

Aufgabe 8.5

a)
$$v_t = \sum_{\tau=t+1}^{T} z_\tau (1+i)^{-(\tau-t)},$$

$$\Rightarrow v_0 = 939{,}80;\; v_1 = 876{,}18;\; v_2 = 498{,}75;\; v_3 = 188{,}68;\; v_4 = 0.$$

Die Ertragswertabschreibung ergibt sich allgemein aus

$$d_t = v_{t-1} - v_t,$$

$$\Rightarrow d_1 = 63{,}62;\; d_2 = 377{,}43;\; d_3 = 310{,}07;\; d_4 = 188{,}68.$$

b) Der ökonomische Gewinn ergibt sich als Differenz von Cash-flow und Ertragswertabschreibung (vgl. S. 411). Dies entspricht zugleich den kalkulatorischen Zinsen auf den Ertragswert zu Beginn der Periode. Vermindert man den ökonomischen Gewinn um die kalkulatorischen Zinsen (also um den Zeiteffekt), erhält man stets einen „ökonomischen Residualgewinn“ von Null. Bei positivem Kapitalwert ist die Summe der Ertragswertabschreibungsbeträge stets größer als die Anfangsauszahlung. Für die Anwendbarkeit des Lücke-Theorems müsste die Anfangsauszahlung eine Zuschreibung um den positiven Kapitalwert erhalten. Die ursprüngliche Abschreibungsbasis müsste also der Ertragswert im Zeitpunkt 0 sein.

Aufgabe 8.6

a) Aus der Preis-Absatz-Funktion

$$x = 300 - 12p$$

$$\Rightarrow p = 25 - \frac{x}{12}.$$

Gefordert ist eine Umsatzrendite von $ur = 10\%$. Die Bestimmungsgleichung lautet

$$ur = \frac{g}{u} = \frac{\left(25 - \frac{x}{12}\right)x - (1.000 - 5x)}{\left(25 - \frac{x}{12}\right)x}.$$

Daraus erhält man eine quadratische Bestimmungsgleichung für x. Die beiden Lösungen sind $x_1 = 100$ und $x_2 = \frac{400}{3}$. Dabei handelt es sich um die Abszissenabschnitte zu den Schnittpunkten der beiden Kurven in Abbildung 8.2.

b) Die maximale Umsatzrendite erzielt man bei $x^* = 116$ und beträgt $ur(x^*) = 11{,}17\%$.

c) Sofern die Preis-Absatz-Funktion und damit die Gewinnfunktion bekannt sind, sollte man unmittelbar den Gewinn maximieren, anstatt irgendeine gegriffene Umsatzrendite zu fixieren. Das Gewinnmaximierung liegt bei einer Absatzmenge von $x^{**} = 120$. Es zeigt sich also, dass die Maximierung der Umsatzrendite ebenfalls eine unsinnige Zielvorschrift ist. Wenn sowohl Zähler als auch Nenner einer Verhältniszahl variabel sind, ist deren Maximierung höchstens zufällig optimal.

Aufgabe 8.7

Beide Abteilungen sind um den Teil der Gesamtkosten der anderen Abteilung zu belasten, der auf die innerbetriebliche Lieferung der anderen Abteilung entfällt. Die Gesamtkosten k ergeben sich als Summe der Primärkosten und Kosten für die innerbetriebliche Belieferung. Es gilt also

$$k_1 = 691.250 + \frac{475}{3.800} k_2 \ \text{ und } \ k_2 = 493.750 + \frac{305}{3.050} k_1.$$

Lösung dieses Gleichungssystems führt zu $k_1 = 762.500$; $k_2 = 570.000$. Den Verrechnungspreis für eine innerbetriebliche Leistung erhält man, indem man die Gesamtkosten durch die erstellte Leistungsmenge dividiert:

$$v_1 = \frac{762.500}{3.050} = 250; \ v_2 = \frac{570.000}{3.800} = 150.$$

Aufgabe 8.8

a) S. 430.

b) Pflicht: Verbot der Erfassung von Wertsteigerungen über den Anschaffungswert hinaus (§ 253 Abs. 1 Satz 1 HGB).
Recht: Beibehaltung von außerplanmäßigen Abschreibungen bei Wegfall des Grundes (§ 253 Abs. 5 HGB).

c) S. 431 f.

Aufgabe 8.9

a) S. 457 f.

b) S. 458.

c) S. 460.

Aufgabe 8.10

Auszahlung: 12.000 (die direkt bezahlten Rohstoffe)

Aufwand: 13.000 (die verbrauchten Rohstoffe, einschließlich der verdorbenen)

Kosten: 8.000 (nur die sachgerecht eingesetzten Rohstoffe)

Aufgabe 8.11

a) Auszahlung.

b) nichts davon.

c) Auszahlung.

d) Aufwand.

e) Auszahlung, Aufwand, Kosten.

f) Aufwand.

g) Aufwand.

h) Aufwand, Kosten.

i) Auszahlung.

j) Aufwand, Kosten.

k) Aufwand, Kosten (sofern das Verfalldatum in der Periode liegt, sonst nichts davon).

l) Auszahlung, Aufwand.

Aufgabe 8.12

a) richtig.

b) falsch.

c) richtig.

d) falsch.

e) richtig.

f) falsch.

g) richtig.

h) richtig.

i) falsch.

j) richtig.

k) falsch.

Kapitel 10:
Entscheidungen bei Risiko

Aufgabe 10.1

a) Beide Erwartungswerte betragen 100. Der Unternehmer ist also indifferent.

b) Beide Varianzen betragen 4.900. Weil beide Erwartungswerte und Varianzen übereinstimmen, ist auch hier der Unternehmer indifferent.

c) Obwohl die beiden Verteilungen sehr unterschiedlich sind, sind sie nach dem (μ, σ)-Prinzip äquivalent. Beim (μ, σ)-Prinzip tritt (sofern die komplette Verteilung bekannt ist) ein deutlicher Informationsverlust ein. Im vorliegenden Fall wird mutmaßlich eher die symmetrische Verteilung von g_1 der Verteilung von $g_2$vorgezogen, die eine negative Schiefe aufweist.

Aufgabe 10.2

a) Der Nutzenerwartungswert ohne Versicherung beträgt

$$0{,}99 \cdot \left(4.000 - \frac{4.000^2}{10.000}\right) + 0{,}01 \cdot \left(3.500 - \frac{3.500^2}{10.000}\right) = 2.398{,}75.$$

Mit Versicherung kommt der Beamte auf einen Nutzen von

$$3.990 - \frac{3.990^2}{10.000} = 2.397{,}99.$$

Aus Sicht eines zuverlässigen Beamten ist die Prämie also etwas zu hoch.

b) Die Versicherung kann einem Neukunden nicht direkt ansehen, ob er schlampig oder sorgfältig arbeitet. Jedoch muss die Versicherung befürchten (siehe a)), dass die kalkulierte Prämie sorgfältige Beamte eher abschreckt als schlampige. Mit hoher Wahrscheinlichkeit ist der Neukunde daher schlampig und die Prämie müsste höher ausfallen.

Aufgabe 10.3

a) $$\mathrm{E}\{u(g)\} = 0{,}4 \cdot 1.000 + 0{,}4 \cdot 2.000 + 0{,}1 \cdot 3.000 = 1.500.$$

b) $$s = u^{-1}[\mathrm{E}\{u\}] = 1.500^2 = 2.250.000.$$

c) Die Risikoprämie ist definiert als Differenz zwischen Erwartungswert und Sicherheitsäquivalent. Daher gilt

$$\lambda = 0{,}1 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 1.000.000 + 0{,}4 \cdot 4.000.000 + 0{,}1 \cdot 9.000.000 - 2.250.000 = 650.000.$$

Aufgabe 10.4

a) Der erwartete Schaden je Kunden beträgt

$$\left(0{,}95 \cdot \frac{20}{100.000} + 0{,}05 \cdot \frac{1.500}{100.000}\right) \cdot 20.000 = 18{,}8.$$

b) Der erwartete Schaden eines wenig streitlustigen Kunden beträgt lediglich 4, der eines Querulanten dagegen 300. Bei einer Prämie von 18,8 fragen daher vermutlich nur Querulanten die Versicherung nach. Dann muss die Prämie aber 300 betragen.

Aufgabe 10.5

a) $$y = (b - I)(1 + i) + I(1 + r) = (1 + i)b + (r - i)I,$$

$$\Rightarrow u = (1 + i)b + (\mu - i)I - \frac{\sigma^2 I^2}{250.000}.$$

$$\Rightarrow I^* = 250.000 \cdot \frac{\mu - i}{2\sigma^2} = 1.562.500.$$

Der verbleibende Rest von 937.500 € wird in Staatspapiere investiert.

b)
$$y_s = [1 + i(1-s)]b + (r-i)(1-s)I,$$
$$\Rightarrow u_s = [1 + i(1-s)]b + (\mu - i)(1-s)I - \frac{(1-s)^2\sigma^2 I^2}{250.000}.$$
$$\Rightarrow I_s^* = 250.000 \cdot \frac{\mu - i}{2(1-s)\sigma^2} = 3.125.000.$$

Die risikolose Anlage nimmt nun einen negativen Wert von −625.000 € an, das heißt, der Investor verschuldet sich im Umfang von 625.000 €.

c) Überraschend ist, dass die riskante Investition im Nach-Steuer-Fall höher ausfällt als im Vor-Steuer-Fall. Die Risikobereitschaft steigt also als Folge der Besteuerung. Ursache dafür ist, dass die Rendite der risikolosen Alternative gleichermaßen der Besteuerung unterliegt, es bei der riskanten Investition aber zu einer Risikoteilung mit dem Fiskus kommt. Relativ zur risikolosen Investition (aber nicht absolut) gewinnt die riskante Investition also an Vorteilhaftigkeit.

Aufgabe 10.6

a) Für vier verschiedene Fälle lässt sich der Nutzenerwartungswert berechnen

	Deckungsbeiträge	Gewinne
sichere Alternative	571,43	410,71
riskante Alternative	553,57	435,71

Bei Deckungsbeiträgen ist die sichere Alternative besser, bei Gewinnen die riskante.

b) Ursache ist die zunehmende absolute Risikoaversion der quadratischen Nutzenfunktion. Weil der Controller bei Deckungsbeträgen mit höheren Zielbeiträgen kalkuliert, steigt die Risikoprämie und die riskante Alternative verliert.

c) Sofern die absolute Risikoaversion nicht konstant ist, müssen wir Vermögenseffekte vollständig erfassen. Dies ist aber nur bei der Vollkostenrechnung der Fall. Die Deckungsbeitragsrechnung vernachlässigt die Vermögenswirkungen der Fixkosten.

Aufgabe 10.7

a) Das Sicherheitsäquivalent ist derjenige Ergebniswert, der – wenn man ihn sicher erzielt – für den Entscheider denselben Nutzen mit sich bringt wie die zu beurteilende Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Risikoprämie ist die Ergebnisminderung, die ein Entscheider hinzunehmen bereit ist, wenn er statt eines nur unsicheren Erwartungswertes einen sicheren Ergebniswert erzielen kann.

b)
$$\mathrm{E}\{u\} = 168;\;\; s = u^{-1}(\mathrm{E}\{u\}) = \sqrt{\mathrm{E}\{u\}} - 6 = 6{,}96;\;\; \lambda = \mathrm{E}\{x\} - s = 6 - 6{,}96 = -0{,}96.$$

c) Da der Entscheidungsträger eine negative Risikoprämie hat, ist er risikofreudig.
Man könnte aber auch direkt auf ein negatives *Pratt-Arrow*-Maß verweisen (vgl. S. 507).

Aufgabe 10.8

$$\Pr(unf|e) = \frac{\Pr(unf \cap e)}{\Pr(e)} = \frac{0{,}15}{0{,}6} = 0{,}25.$$

Aufgabe 10.9

$$\mu = \int_0^z \zeta \frac{1}{z} d\zeta = \left[\frac{\zeta^2}{2z}\right]_0^z = \frac{z}{2}.$$

$$\sigma^2 = \int_0^z (\zeta - \mu)^2 \frac{1}{z} d\zeta = \int_0^z \left(\frac{\zeta^2}{z} - \zeta + \frac{z}{4}\right) d\zeta = \left[\frac{\zeta^3}{3z} - \frac{\zeta^2}{2} + \frac{\zeta z}{4}\right]_0^z = \frac{(4-6+3)}{12} z^2 = \frac{z^2}{12}.$$

Aufgabe 10.10

Ein sinnvoller Ausgangspunkt ist die Wahrscheinlichkeitstabelle:

	b steigt	b fällt	Summe
a steigt	0,5	0,2	0,7
a fällt	0	0,3	0,3
Summe	0,5	0,5	1

a)
$$\Pr(b \uparrow | a \uparrow) = \frac{0{,}5}{0{,}7} = 0{,}71.$$

b)
$$\Pr(a \uparrow | b \uparrow) = \frac{0{,}5}{0{,}5} = 1.$$

c)
$$\Pr(b \uparrow | a \downarrow) = 0.$$

Aufgabe 10.11

a) falsch.

b) richtig.

c) richtig.

d) falsch.

e) richtig.

f) richtig.

g) falsch.

h) falsch.

i) richtig.

j) richtig.

k) falsch.

Kapitel 11:
Theorie nicht-kooperativer Spiele

Aufgabe 11.1

a) Offenbar gibt es zwei *Nash*-Gleichgewichte, nämlich $(s_1; s_1)$ und $(s_2; s_2)$. Das erstgenannte Gleichgewicht ist allerdings (auszahlungs-) dominant, sodass beide Manager s_1 wählen.

b) Das Problem bei dem dominanten Gleichgewicht ist, dass man ein Ergebnis von Null erzielt, wenn der Gegenspieler vom dominanten Gleichgewicht abweicht. Bei dem inferioren Gleichgewicht ist das eigene Ergebnis dagegen unabhängig von der gewählten Strategie des anderen Spielers. Muss mein Gegenspieler mit meinem Abweichen rechnen, weil ich unzuverlässig bin, wird er s_2 wählen. Dann ist es auch für mich optimal, s_2 zu wählen.

Das angesprochene Problem führt letztlich zur Konzeption der Risikodominanz (vgl. S. 547).

Aufgabe 11.2

a) Das eindeutige *Nash*-Gleichgewicht ist $(a_2; r_1)$.

b) Dies heißt normativ, dass Alt a_2 und Radler r_1 wählen sollten, wenn sie mögliche Entscheidungen des jeweils anderen in ihr Kalkül einbeziehen. Die positive Aussage lautet: Angesichts der Entscheidungssituation ist damit zu rechnen, dass Alt a_2 wählt und Radler r_1.

Aufgabe 11.3

a) A muss erkennen, dass es für B eine dominante Strategie ist, den Preis nicht zu erhöhen. Dann sollte A den Preis ebenfalls nicht erhöhen. Im Übrigen ist auch für A die Beibehaltung des Preises eine dominante Strategie.

b) Es ist zu überprüfen, ob die beiderseitige, dauerhafte Preiserhöhung ein Gleichgewicht darstellen kann. Dann darf es sich nicht lohnen, von dem hohen Preis abzuweichen, wenn der andere tatsächlich den hohen Preis wählt. Die Gewinnbarwerte betragen

$$kw_A(\text{hoch}) = \sum_{t=1}^{\infty} 600 \cdot 1{,}1^{-t} = \frac{600}{0{,}1} = 6.000,$$

$$kw_A(\text{niedrig}) = 880 \cdot 1{,}1^{-1} + \sum_{t=2}^{\infty} 550 \cdot 1{,}1^{-t} = \frac{880 + \frac{550}{0{,}1}}{1{,}1} = 5.800.$$

Die Wahl des hohen Preises ist für A besser, weil der dauerhaft etwas höhere Gewinn mehr wiegt als der einmalig viel höhere Gewinn. Infolge der Symmetrie gilt das Gleiche auch für B.

Aufgabe 11.4

a)

(in Tsd.)	sorgfältige Prüfung	ungenaue Prüfung
korrekter Jahresabschluss	M: 0 * P: 60 – 55 = 5	M: 0 P: 60 – 45 = 15 *
manipulierter Jahresabschluss	M: –20 P: 60 – 55 = 5 *	M: 0,5 · 30 + 0,5 · (–20) = 5 * P: 60 – 45 – 0,5 · 40 = –5

b) Ein Gleichgewicht in gemischten Strategien ermittelt man am einfachsten ausgehend von der Erkenntnis, dass jeder Spieler seine Wahrscheinlichkeiten so wählen muss, dass der andere Spieler zwischen seinen Strategien indifferent ist. Das bedeutet hier:

$$\pi \cdot 0 + (1-\pi) \cdot 0 = \pi \cdot (-20) + (1-\pi) \cdot 5 \;\;\Rightarrow\;\; \pi = 0{,}2;$$

$$\mu \cdot 5 + (1-\mu) \cdot 5 = \mu \cdot 15 + (1-\mu) \cdot (-5) \;\;\Rightarrow\;\; \mu = 0{,}5.$$

Aufgabe 11.5

a) Der Kapitalwert beträgt je nach Entscheidung des Anbieters

$$kw(\text{gut}) = (p-10) + (p-10) \cdot 1{,}1^{-1} \quad \text{oder} \quad kw(\text{schlecht}) = p - 8.$$

Der Anbieter produziert nur dann gute Produkte, wenn der erste Kapitalwert höher ist, also

$$kw(\text{gut}) \geq kw(\text{schlecht}) \;\;\Leftrightarrow\;\; p \geq 12{,}2.$$

Die Kunden wissen, dass der Anbieter zu einem geringeren Preis nur schlechte Güter bereitstellt. Bei einem Preis von weniger als 12,2 bricht die Nachfrage demnach völlig zusammen.

b) Wenn er die Technik kostenlos wechseln kann, ist es für den Anbieter in der zweiten Periode stets vorteilhaft, die schlechte Qualität anzubieten. Daher werden die Käufer in der zweiten Periode grundsätzlich keine Güter kaufen. Unter dieser Prämisse hat der Anbieter auch in der ersten Periode nie einen Anreiz, gute Produkte herzustellen. Die völlige Flexibilität der Technik führt also dazu, dass der Markt von vornherein zusammenbricht und keinerlei Umsätze zustande kommen.

Aufgabe 11.6

a)

	Variante A	Variante B
Variante A	150; 150	120; 120
Variante B	120; 120	150; 150

Es gibt zwei *Nash*-Gleichgewichte, die überdies völlig austauschbar sind. Einen plausiblen Anhaltspunkt für eine Gleichgewichtsauswahl gibt es daher nicht. Offenbar besteht die Gefahr eines Koordinationsfehlers.

b) Naheliegend ist Kommunikation. Von Seiten des Staates wäre eine Normung denkbar. Die am weitesten gehende Möglichkeit wäre die Integration der beiden Unternehmen.

Aufgabe 11.7

a)
$$g_1 = (p_1 - 3)(120 - 2p_1 + p_2)$$
$$g_2 = (p_2 - 2)(80 - 2p_2 + p_1)$$

b)
$$g_1' = 0 \;\; \Rightarrow \;\; p_1 = 31{,}5 + 0{,}25p_2$$
$$g_2' = 0 \;\; \Rightarrow \;\; p_2 = 21 + 0{,}25p_1$$

c) Analytisch: Die Lösung des Gleichungssystems der Reaktionsfunktionen ergibt

$$p_1 = 39{,}2; \;\; p_2 = 30{,}8.$$

Grafisch: Die beiden Reaktionsfunktionen entsprechen steigenden Geraden in einem $(p_1; p_2)$-Diagramm. R_1 hat einen Achsenabschnitt von 31,5 auf der Abszisse und eine Steigung von 4; R_2 hat einen Achsenabschnitt von 21 auf der Ordinate und eine Steigung von 0,25. Der Schnittpunkt hat die Koordinaten der analytischen Lösung.

Aufgabe 11.8

a) S. 531.

b) Für diese Annahme spricht, dass jedes Abgehen davon Elemente der Beliebigkeit aufweist. Da die Ergebnisse von Spielen von den Erwartungsannahmen abhängen, würde dies die Aussagekraft der Spieltheorie insgesamt in Frage stellen.

Zugleich ist aus der empirischen Entscheidungsforschung bekannt, dass Menschen nicht stets rational entscheiden und bisweilen auch die Rationalität der Erwartungsbildung fragwürdig ist.

Aufgabe 11.9

a) Zuerst zieht der Prinzipal und bietet dem Agenten einen Vertrag aus einem Kontinuum von Verträgen an. Dann zieht der Agent und nimmt den Vertrag an oder lehnt ihn ab. Nur im ersten Fall zieht der Agent noch einmal und wählt seinen Arbeitseinsatz aus einem Kontinuum von Arbeitseinsätzen. Abschließend zieht der Zufall und wählt eine Zufallsgröße aus einem Kontinuum. Der sich daraus eindeutig ergebende Output wird gemäß den vertraglichen Regelungen aufgeteilt, wobei der Prinzipal den Arbeitseinsatz des Agenten und den Zufallszug nicht beobachten kann.

b) Es ist *im Gleichgewicht* nicht möglich, zugleich die optimale Risikoteilung und die optimale Arbeitsleistung sicherzustellen. Ursache ist, dass der Agent den Anreiz hätte, nach Vereinbarung des Vertrages mit optimaler Risikoteilung eine andere als die optimale Leistung zu erbringen. Zugleich wird der Prinzipal aus dem gleichen Grund niemals einen solchen Vertrag anbieten. Im Ergebnis gibt es also Agency-Kosten, die sich bei der Möglichkeit glaubwürdiger Bindungen vermeiden ließen.

Aufgabe 11.10

a) richtig.

b) richtig.

c) falsch.

d) richtig.

e) richtig.

f) falsch.

g) richtig.

Kapitel 12: Lineare und Konvexe Optimierung

Aufgabe 12.1

a) S. 578 f.

b) S. 580.

c) Der auf S. 580 angegebene maximale Deckungsbeitrag ist um die Fixkosten von 2.150 zu verringern. Es ist also $g_{max} = 1.480$.

d) S. 580.

Aufgabe 12.2

a)
$$D = (3.600 - 4x_1)x_1 + (2.800 - 7x_2)x_2 \rightarrow \max!$$

unter

$$4x_1 + 2x_2 \leq 2.400$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

b)
$$w_i = k_i + \lambda c_i \Rightarrow \lambda = 10.$$

c) Die Lösung muss falsch sein, weil bei den angegebenen Produktionsmengen (die in der Tat den Gesamtdeckungsbeitrag maximieren) die Restriktion nicht bindet. Dann dürften aber die wertmäßigen Kosten die pagatorischen Kosten nicht übersteigen, oder anders: Der Verrechnungspreis λ müsste den Wert Null annehmen.

Aufgabe 12.3

a) Die zweite Restriktion lässt sich umformen zu $2{,}8x_1 + 7x_2 \leq 420$. Diese Ungleichung ist eindeutig weniger streng als die erste Restriktion. Restriktion 2 ist also redundant.

b) Die optimale Lösung muss sich auf einer der Ecken des Bereichs zulässiger Lösungen befinden, da die Steigung der Zielfunktion mit keiner Steigung einer der Restriktionen übereinstimmt. Optimal sein können die maximalen Produktionsmengen für x_1 oder für x_2 oder solche Lösungen, bei denen zwei der drei Restriktionen binden. Weiter gilt (hier), dass die erste und die vierte Restriktion nicht zugleich binden können, weil dann die dritte Restriktion verletzt wäre. Es verbleiben also als Kandidaten für das Optimum:

$$(x_1;\ x_2) \in \{(0; 60), (17{,}5; 52{,}5), (30; 40), (50; 0)\}.$$

c) Das Ausgangstableau ergibt sich unmittelbar aus der Optimierungsaufgabe:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	D	RS
s_1	3	7	1	0	0	0	420
s_2	4	4	0	1	0	0	280
s_3	8	4	0	0	1	0	400
D	–300	–240	0	0	0	1	0

Die Schritte 1 und 2 des Simplex-Algorithmus bestimmen das Pivot-Element. Es ist hier grau hinterlegt. Das zweite Tableau erhält man durch Anwendung der Schritte 3 und 4:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	D	RS
s_1	0	5,5	1	0	–0,375	0	270
s_2	0	2	0	1	0,5	0	80
x_1	1	0,5	0	0	0,125	0	50
D	–15	–90	0	0	37,5	1	0

Hier ist die erste Ecke als Lösung vorgeschlagen: $(x_1;\ x_2) = (50; 0)$. Dabei wird ein Deckungsbeitrag von $D = 15.000$ erzielt. Die dritte Restriktion bindet; der Deckungsbeitrag könnte um 37,5 erhöht werden, wenn von b_3 eine zusätzliche Einheit zur Verfügung stünde. Bei den Restriktionen 1 und 2 besteht noch ein Schlupf von 270 bzw. 80 Einheiten. Die Lösung ist allerdings noch nicht optimal, weil in der Fußzeile noch ein negativer Wert enthalten ist. Erneute Anwendung der Schritte 1 bis 4 des Algorithmus führt zum dritten Tableau:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	D	RS
s_1	0	0	1	–2,75	–0,375	0	50
x_2	0	1	0	0,5	0,25	0	40
x_1	1	0	0	–0,25		0	30
D	0	0	0	45	60	1	18.600

Mit dem Wechsel auf die nächste Ecke des Bereichs zulässiger Lösungen ist die Optimallösung gefunden: $(x_1;\ x_2) = (30; 40)$. Dies ist mit einem Deckungsbeitrag von $D = 18.600$ verbunden. Die zweite und die dritte Restriktion binden; der Deckungsbeitrag könnte um 45 bzw. 60 erhöht werden, wenn von b_2 bzw. b_3 eine zusätzliche Einheit zur Verfügung stünden. Bei der Restriktion 1 besteht noch ein Schlupf von 50 Einheiten.

Aufgabe 12.4

a) Die Unterlassensalternative führt zu einem geringeren Verlust von $g = -7.500$.

b) Die beiden Bestimmungsgleichungen für die wertmäßigen Kosten $w_i = k_i + \lambda c_i$ führen zu unterschiedlichen Schattenpreisen.

c) Bei den angegebenen Produktionsmengen bindet die Restriktion nicht: $55 \cdot 2 + 32 \cdot 1 = 142 < 150$. Daher darf der Schattenpreis nicht positiv sein.

d) Die angegebenen Produktionsmengen verletzen die Restriktion: $60 \cdot 2 + 32 \cdot 1 = 152 > 150$.

e) Es müsste gelten $27 = 6 + 20 \cdot 1$, was offensichtlich falsch ist.

f) $L = (200 - 2x_1 - 0{,}5x_2)x_1 + (150 - x_2 - 0{,}5x_1)x_2 - 8x_1 - 6x_2 - 7.500 - \lambda(150 - 2x_1 - x_2)$.

Ausgehend von der Annahme, dass die Restriktion bindet und beide Produktionsmengen positiv sind, erhält man aus den Kuhn-Tucker-Bedingungen das Gleichungssystem

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0;\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0.$$

Daraus ergibt sich: $x_1 = 59$; $x_2 = 32$; $\lambda = 21$. Diese Lösung erfüllt auch alle anderen Bedingungen und ist daher optimal. Der maximale Gewinn beträgt $g = 2.043$.

Aufgabe 12.5

a)
$$Q = 12c_1 + 20c_2 + 20c_3 \rightarrow \min!$$

unter

$$c_1 + 2c_2 + c_3 \geq 2$$
$$c_1 + c_2 + 2c_3 \geq 3$$
$$c_1, c_2, c_3 \geq 0.$$

b) Generell lässt sich die Prüfung der Optimalität anhand des Preistheorems vornehmen.

Lösung 1) kann nicht optimal sein, weil keine der Restriktionen ausgelastet ist. Daher müssten alle c_i gleich Null sein: Verletzung von Punkt 3) des Preistheorems.

Bei Lösung 2) gilt das Gleiche: Verletzung von Punkt 3).

Lösung 3) verletzt die erste und die dritte Kapazitätsrestriktion.

Der maximale Deckungsbeitrag bei Lösung 4) stimmt hier nicht mit den minimalen Kosten überein: Verletzung von Punkt 5).

Bei Lösung 5) gibt es keine Verletzung des Preistheorems vor. 5) ist Teil der Optimallösung.

Wenn wie bei Lösung 6) $x_1 = 4$ ist, können die Restriktionen 2 und 3 nicht gleichzeitig binden; dazu müsste x einmal den Wert 8, das andere Mal den Wert 12 annehmen.

Bei Lösung 7) gilt das Analoge.

Lösung 8) führt nicht zu einem Widerspruch. Auch 8) ist Teil der optimalen Lösung.

Aufgabe 12.6

a) $$54x_1 - 0{,}5x_1^2 + 27x_2 - 0{,}1x_2^2 \rightarrow \max!$$

unter

$$6x_1 + 3x_2 \leq 270$$
$$x_1, x_2 \geq 0.$$

b) Zunächst ist auch hier der Schattenpreis für die Restriktion zu ermitteln. Aus den *Kuhn-Tucker*-Bedingungen erhält man durch geschicktes Ausprobieren (voraussetzen, dass die Restriktion bindet und die Produktionsmengen positiv sind)

$$x_1 = 20;\;\; x_2 = 50;\;\; \lambda = \frac{17}{3}.$$

Bei der Bemessung der wertmäßigen Kosten ist hier zu beachten, dass zwar die Produktionskoeffizienten, nicht aber die Grenzkosten konstant sind. Daher gilt

$$w_1 = k'(x_1^*) + \lambda c_1 = 20 + \frac{17}{3} \cdot 6 = 54.$$

Die Übereinstimmung der wertmäßigen Kosten mit dem Absatzpreis ist keineswegs zufällig, sondern ergibt sich aus den Implikationen des Preistheorems.

Aufgabe 12.7

a) S. 571 f.

b) lineare Kostenfunktionen; konstante Produktionskoeffizienten; konstante Absatzpreise (je nach Marktform); Verzicht auf Ganzzahligkeit.

Aufgabe 12.8

a) falsch.

b) richtig.

c) falsch.

d) richtig.